نشریه علمی علم و تمدن در اسلام
سال سوم (دوره جدید)/ شماره نهم/ پاییز ۱۴۰۰

: 20.1001.1.26764830.1400.3.9.4.4

روش‌های محاسبه عرض جغرافیایی مواضع زمین در کتاب تحدید نهایات الاماکن ابوریحان بیرونی

فرشاد کرم زاده[۱]

(۵۶-۷۵)

چکیده

جغرافیای ریاضی از جمله علومی است که در تاریخ علم دورهٔ اسلامی تا قرن پنجم قمری/ یازدهم میلادی شکلی مستقل و مدون ندارد و به‌صورت پراکنده، عمدتاً در آثار نجومی و علم هیئت قابل پیگیری است. کتاب تحدید نهایات الأماکن لتصحیح مسافات المساکن ابوریحان بیرونی (۳۶۲- بعد از۴۴۲ق/ ۹۷۳/ ۱۰۴۸م) نخستین مورد در این زمینه در تمدن اسلامی است که تقریباً تمام مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی براساس داده‌های رصدی وی در آن گنجانده شده است. یکی از این مؤلفه‌های اصلی تعیین مختصات جغرافیایی مواضع مختلف بوده که طول و عرض را شامل شده و در این اثر به‌خوبی مورد پژوهش قرار گرفته است. هدف این پژوهش بررسی روش‌های محاسبهٔ عرض جغرافیای مواضع مختلف در کتاب تحدید ابوریحان بیرونی است. وی عمدتاً به سه روش مختلف عرض مکان‌ها را با استفاده از قاعده‌های کلی و قابل‌تعمیم مورد بررسی خود قرار داده است که اگرچه در برخی موارد شکل کاملاً نوآورانه‌ای ندارند، اما از لحاظ روش ارائه در تاریخ علم دورهٔ اسلامی بسیار حائز اهمیت هستند.

واژه‌های کلیدی: جغرافیا، جغرافیای ریاضی، بیرونی، تحدید نهایات الأماکن، عرض جغرافیایی

۱. دانش آموختهٔ دکتری تاریخ علم دورهٔ اسلامی، گروه تاریخ علم، پژوهشکده مطالعات فلسفی و تاریخ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، تهران، ایران. Karamzade.farshad@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۲ نوع مقاله: پژوهشی

مقدمه

جغرافیای ریاضی بخش علمی و محاسباتی علم جغرافیا در تمدن اسلامی است که در قرون متقدم هجری و بعد از شکل‌گیری جریان علمی در تمدن اسلامی مورد توجه جغرافی‌پژوهان و دانشوران قرار گرفت. این علم تا قبل از ابوریحان بیرونی در منابع معتبر به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از علم نجوم و هیئت (فی فروع علم‌الهیئه) به‌شمار می‌رود که اساساً در خلال این آثار قابل ردیابی خواهد بود.[۱] آنچه باید در این زمینه به آن توجه داشت تمایز این بخش جغرافیا از شکل توصیفی (مسالک و ممالک) آن در تمدن اسلامی است. مسائلی از جنس مسائل مرتبط با سرفصل‌های اصلی جغرافیای ریاضی نخست در تألیفات[۲] تئودوسیوس[۳] (قرن دوم ق) در یونان باستان به‌شکل ملموسی قابل مشاهده است. بعد از این تألیفات، در مقالهٔ دوم کتاب مجسطی بطلمیوس[۴] (۹۰-۱۷۰ م) می‌توان این مؤلفه‌ها را به‌شکل مشخص‌تری پیگیری کرد. در قرون متقدم هجری و بعد از رونق‌گرفتن نهضت ترجمه، بسیاری از این تألیفات یونانی و مخصوصاً مجسطی به زبان عربی ترجمه و در دسترس مسلمانان قرار گرفت و به الگویی قوی برای نجوم و در وهلهٔ بعد، علم هیئت تبدیل شد که مجسطی در این زمینه بیش از هر کتاب دیگری در تمدن اسلامی تأثیرگذار بوده است.

جغرافیای ریاضی، چنان‌که پیش‌تر به آن اشاره شد، در یونان باستان به‌عنوان بخشی از علم نجوم مورد مطالعه و پژوهش قرار می‌گرفت که تا زمان تألیف کتاب تحدید بیرونی این سنت و روش حفظ شد، و در خلال کتب عمدتاً نجومی و به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از علم هیئت مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گرفت. درواقع، کتاب تحدید بیرونی به‌نوعی اولین کتاب مستقل در زمینهٔ جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی است که تقریباً همهٔ مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی را به‌صورت متمرکز در بر می‌گیرد. (کرم‌زاده و همکاران، ۱۳۹۸: ۱۵۸) ازجمله این مؤلفه‌ها، تعیین عرض و طول جغرافیایی مواضع مختلف، حدود مسکون زمین، حدود اقلیم‌های مختلف بخش مسکون زمین، تعیین سمت قبله و محاسبهٔ محیط زمین است. (کندی[۵]، ۱۹۹۶م، ج ۱: ۲۰۱-۱۸۵) ویژگی مهم این اثر جغرافیای ریاضی این است که وی روش‌های کلی را برای حل مسائل مختلف به کار

---

۱. برای کسب اطلاعات بیشتر در زمینهٔ چگونگی تکوین جغرافیای ریاضی در آثار نجومی و علم هیئت بنگرید به: کرم‌زاده و همکاران، *جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دورهٔ اسلامی*، سراسر مقاله.

۲. وی دارای سه اثر مهم اُکر، *المساکن و فی الأیام و اللیالی* در علم اُکر می‌باشد که اولین مسائل نزدیک به مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی در این منابع به‌شکل ملموسی قابل مشاهده است.

3. Theodosius

4. Petolemy

5. Kennedy

می‌گیرد که قابل تعمیم به نمونه‌های دیگر نیز خواهد بود. براین‌اساس، این پژوهش به یکی از مؤلفه‌های اصلی جغرافیای ریاضی این اثر تکیه دارد که شامل ارائهٔ روش‌های متنوع برای تعیین عرض جغرافیایی مکان‌های مختلف است و روش‌های متنوع بیرونی را مورد بررسی قرار خواهد داد.

تاکنون پژوهشی جامع و مستقل پیرامون جغرافیای ریاضی و مؤلفه‌های اصلی آن در تمدن اسلامی صورت نگرفته است و اساساً آن را باید در ضمن کتب و مقالاتی پیگیری نمود که هدف آن‌ها ارائهٔ طرحی کلی از چگونگی شکل‌گیری و وضعیت علم جغرافیا در معنای کلی آن در تمدن اسلامی است. اما، در سال‌های اخیر، پژوهش‌های حائزاهمیتی توسط متخصصان تاریخ علم دورهٔ اسلامی در ارتباط با عنوان این مقاله منتشر شده است که ازجملهٔ آن‌ها می‌توان به شرح کندی بر کتاب تحدید بیرونی، مقالهٔ کندی با عنوان«جغرافیای ریاضی» در دایرةالمعارف تاریخ علم عرب، کتاب ابوریحان بیرونی (افکار و آراء) تألیف پرویز اذکائی، مقالهٔ «بیرونی» از بوآلو[1] در دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، مقالهٔ «بیرونی» از یانو[2]، مقالهٔ «بیرونی» کندی در DSB، مقالات «تعیین طول جغرافیایی مواضع زمین براساس ماه‌گرفتگی در کتاب تحدید نهایات الأماکن بیرونی» و «جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دورهٔ اسلامی» از کرم‌زاده و همکاران اشاره کرد که در این پژوهش از این منابع استفاده شده است.

جغرافیای ریاضی

در هیچ‌کدام از منابع مستند و معتبر تاریخ علم که در آن‌ها علوم دورهٔ اسلامی تعریف و طبقه‌بندی شده‌اند، تعریفی با عنوان جغرافیای ریاضی به‌شکل مشخص و واضح ذکر نشده است؛[3] چراکه تعاریفی که در این‌گونه کتب ارائه شده اساساً بیشتر بر شاخهٔ توصیفی آن منطبق است و کمتر بر وجه ریاضی و محاسباتی آن تأکید دارد. اما، با مشخص‌نمودن برخی مؤلفه‌ها به‌عنوان شاخه‌های اصلی این گرایش از جغرافیا، می‌توان برخی از این تعاریف را بر این گرایش اطلاق کرد. آنچه در این بخش حائز اهمیت است و پیش‌تر نیز به آن اشاره شد، عدم استقلال این رشته در کتبی است که در تاریخ علم دورهٔ اسلامی علوم را تعریف و طبقه‌بندی می‌کنند، که آن‌را اساساً در زیرمجموعهٔ بخش ریاضی و علم هیئت ذکر می‌کنند. از این‌گونه

1. Boilot

2. Yano

۳. از این دسته منابع می‌توان مفاتیح العلوم خوارزمی (م. ح ۲۳۳ ق/۸۵۰ م)، جوامع العلوم شعیا بن فریغون (م ۳۲۲ ق/۹۳٤ م)، احصاء العلوم فارابی (م ۳۳۹ ق/ ۹۵۰ م)، ارشاد القاصد الی أقصی المقاصد ابن اکفانی (م ۷٤۹ ق/ ۱۳٤۸ م)، و مقدمهٔ ابن‌خلدون (م ۸۰۸ ق/ ۱٤۰٦ م) اشاره کرد.

موارد می‌توان به تعریف‌های اخوان‌الصفا (رسائل، ۱۳۷۶، ج ۲: ۱۵۹-۱۵۸)، شمس‌الدین آملی (نفائس‌الفنون، ۱۳۷۷، ج ۳: ۴۷۵) و طاشکپری‌زاده (مفتاح السعاده، ۱۳۴۷، ج ۱: ۳۸۴) اشاره نمود. از محققان جدید تاریخ علم که به‌صورت پراکنده به جغرافیای ریاضی توجه داشته است می‌توان کندی را نام برد که جغرافیای ریاضی را علمی ذکر می‌کند که در آن به مؤلفه‌هایی همچون زمین‌سنجی[1] (تعیین طول و عرض جغرافیایی)، نقشه‌نگاری (کارتوگرافی)[2]، بررسی نصف‌النهارهای مبدأ و مسائل مرتبط با این موضوعات، همچون فهرست‌های جغرافیایی[3] و محاسبهٔ طول یک درجه در امتداد نصف‌النهار، پرداخته می‌شود. (نک: کندی، ۱۹۹٦م، ج ۱: ۲۰۱-۱۸۵) بنابرآنچه پیش‌تر ذکر شد و تا جایی که مورد بررسی قرار گرفت، چنین تعریفی در هیچ‌کدام از منابع نجومی و علم هیئت دورهٔ اسلامی مشاهده نمی‌شود.

شرح حال ابوریحان بیرونی

در مورد شرح زندگی ابوریحان بیرونی مطالب فراوانی در منابع ذکر شده است که در اینجا نگارنده به مطالب کوتاهی بسنده می‌کند که در بین پژوهشگران دچار اختلاف است. تقریباً تمامی محققان و بیرونی‌پژوهان برجسته که زندگی و آثار وی را مورد پژوهش و نقد خود قرار داده‌اند در سال ۳٦۳ ق/ ۹۷۳ م به‌عنوان سال تولد وی اتفاق نظر دارند که در منطقهٔ بیرون، از توابع ایالت خوارزم متولد شده است (زاخائو[4]، ۱۸۷۸م: مقدمه تحدید٤٠؛ بولگاکف[5]، ۱۹٦۲م: مقدمه تحدید ۹؛ کندی، ۱۹۸۱م، ج ۲: ۱٤۸-۱٤۷؛ بوآلو، ۱۹٦۰م، ج ۱: ۱۲۳٦؛ یانو، ۲۰۱٤م: ۲۳۳؛ باسورث[6] و همکاران، ۱۹۹۰م، ج ٤: ۲۷٤؛ مایرهوف[7]، ۱۹۳۲م: مقدمه الصیدنه ۳). در این مورد و باتوجه‌به منابعی که در دسترس است، اختلاف زیادی بین پژوهشگران این حوزه مشاهده نمی‌شود. به غیر از پژوهش‌هایی که در این زمینه انجام گرفته است، از سخن خود بیرونی نیز می‌توان این سال را به‌عنوان سال تولد وی استخراج کرد. چراکه او در سال ٤۲۷ ق/ ۱۰۳۵-۳٦ م سن خود را ٦۵ سال قمری یا ٦۳ سال شمسی ذکر می‌کند. (بیرونی، ۱۳۷۱: ۲٦) از کودکی و ۱۷ سال نخست زندگی وی اطلاعی در دست نیست، ولی باتوجه‌به

1. Geodesy
2. Cartography
3. Geographical Lists
4. Sachau
5. Bulgakov
6. Bosworth
7. Meyerhof

شواهد، احتمالاً این سال‌ها را در خوارزم سپری نموده و اولین حضور وی در منابع مربوطبه سال۳۸۰ ق بوده که در کتاب تحدید به آن اشاره کرده است. (بیرونی، ۱۹۶۲م: ۷۹ و ۲۴۹) بیرونی در اینجا به محاسبهٔ عرض شهر خوارزم اشاره دارد که آن را ۴۱ درجه و ۳۵ دقیقه و۴۰ ثانیه ذکر کرده و بیان می‌کند که در دوران جوانی و در سال ۳۸۰ ق آن‌را مجدداً محاسبه نموده است.

برخی از محققان، شاید به تبعیت از غضنفر تبریزی[1]، مرگ بیرونی را بعد از سال۴۴۰ ق/۱۰۴۸ م ذکر می‌کنند. (بولگاکف، ۱۹۶۲م: مقدمه ۱۰؛ زاخائو، ۱۸۷۸م: مقدمه ۸؛ مایرهوف، ۱۹۳۲م: مقدمه ۷؛ سارتن[2]، ۱۹۲۷م، ج ۱: ۷۰۷) اما برخی دیگر از محققان (بوآلو، ۱۹۶۰م، ج ۱: ۱۲۳۶؛ باسورث و همکاران، ۱۹۹۰م، ج ۴: ۲۷۵؛ کندی، ۱۹۸۱م، ج ۲: ۱۵۱) بر این باورند که بیرونی بیشتر از ۸۰ سال عمر کرده است. بنابراین به تاریخ درگذشت بیرونی بعد از سال ۴۴۲ ق/۱۰۵۰ م اعتقاد دارند که، با توجه‌به گفتار او در صیدنه[3]، این تاریخ درست‌تر به‌نظر می‌رسد. چراکه بیرونی در هنگام تألیف این کتاب تأکید می‌کند که سنش از ۸۰ سال گذشته و ضعف بینایی و شنوایی بر وی چیره شده است.

کتاب تحدید نهایات الأماکن لتصحیح مسافات المساکن

کتاب تحدید نهایات الأماکن لتصحیح مسافات المساکن مهم‌ترین تألیف جغرافیای ریاضی بیرونی و به‌نوعی تمدن اسلامی است که در قرن پنجم هجری و به زبان عربی تألیف شده است و حتی می‌توان آن را نخستین اثر جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی به‌شمارآورد. (نکـ: کندی، ۱۹۹۶م، ج ۱: سراسر مقاله) اساساً هدف اصلی از تألیف این کتاب تصحیح طول و عرض‌های جغرافیایی و مسافت‌ها (مخصوصاً شهر غزنه) است که بیرونی خود به این مسئله اشاره کرده است. (تحدید: ۶۲)

پژوهش‌ها و ملاحظات جغرافیای ریاضی بیرونی در دیگر آثار وی همچون فی تسطیح الصور و تبطیخ الکور، مقالة فی استخراج قدرالأرض برصد انحطاط الأفق عن قلل الجبال و رسالة فی معرفة سمت القبله نیز بیان شده است که نسبت‌به دیگر آثار وی رنگ و بوی جغرافیایی در آن بیشتر است. علاوه‌براین

---

۱. مهم‌ترین منبعی که بسیاری از پژوهشگران آن‌را اساس استخراج و استنباط خود از سال مرگ بیرونی قرار داده‌اند، کتاب المشاطه لرسالة الفهرست حکیم غضنفر تبریزی است که حدود دو قرن پس از بیرونی نگارش شده است. وی درگذشت بیرونی را به نقل از ابوالفضل سرخسی نامی روز جمعه دوم رجب سال ۴۴۰ ق/ ۱۳ دسامبر ۱۰۴۸ م ذکر می‌کند. (تبریزی، المشاطه...: ۸۰-۸۱) و این تاریخ را بیشتر به‌خاطر برآورده‌نمودن خواب بیرونی ذکر می‌کند و زیاد نمی‌توان به آن اعتماد کرد، اما بسیار مورد استناد محققان قرار گرفته است.

2. Sarton

۳. «الأنافه علی الثمانین افسدت من المتخیّله قوّتها العملیتین اعنی المدمع و السمع» (الصیدنه، ۱۷).

آثار، در کتاب تحقیق ماللهند، قانون مسعودی، التفهیم لاوائل صناعة التنجیم و بخش پایانی آثار الباقیه عن القرون الخالیه، اطلاعات جغرافیای ریاضی نیز به‌چشم می‌خورد. ولی این تألیفات را نمی‌توان در شمار آثار جغرافیای ریاضی دسته‌بندی نمود. اما، باتوجه‌به مؤلفه‌های ذکرشده که پیش‌تر گفته شد، کتاب تحدید کامل‌ترین اثر بیرونی در این زمینه است. هدف اصلی از تألیف این اثر تصحیح طول و عرض‌های جغرافیایی مواضع مختلف جغرافیایی با استفاده از محاسبات ریاضی است.

کتاب تحدید براساس رصدهای بیرونی تألیف شده که بخش اعظم آن‌ها بعد از مهاجرت اجباری وی به غزنه انجام گرفته است که از سال ۴۰۹ ق/ ۱۰۱۸ م در غزنه، کابل و اطراف آن (جیفور) آغاز شده[۱] و تا رجب سال ۴۱۶ ق/ ۱۰۲۵ م، که کتاب تألیف شد ، ادامه داشته است. تنها نسخهٔ خطی آن که تاکنون شناسایی شده است متعلق‌به کتابخانهٔ سلطان فاتح ترکیه است که توسط فریتز کرنکو[۲] و زکی ولیدی طوقان شناسایی و معرفی شد و پس از آن نظر دانشمندان به این اثر جغرافیای ریاضی و نجومی جلب شد.[۳] آنچه کتاب تحدید را در زمینهٔ جغرافیای ریاضی نسبت‌به دیگر آثار هم‌عصر آن متمایز می‌کند نظمی است که در ذکر مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی در آن مشاهده می‌شود؛ این نظم و ساختار تا زمان نگارش این اثر در هیچ اثری از تاریخ علم دورهٔ اسلامی مشهود نیست.

عرض جغرافیایی[۴] و مبدأ اندازه‌گیری آن

محاسبه و یافتن مختصات جغرافیایی از مؤلفه‌های مهمی است که مورد توجه دانشوران حوزه‌های مرتبط با جغرافیا قرار گرفته و یکی از اصول مهم جغرافیای ریاضی است. در این بخش از پژوهش، به عرض جغرافیایی و روش‌هایی که بیرونی برای استخراج آن به‌کار می‌برد پرداخته خواهد شد. درواقع، بخش اصلی تحقیق شامل همین مسئله خواهد بود.

عرض جغرافیایی براساس علم امروزی عبارت‌است‌از: موقعیت شمالی-جنوبی یک نقطهٔ جغرافیایی بر روی کرهٔ زمین و یا، به زبان ساده‌تر، فاصلهٔ زاویه‌ای به‌سمت شمال و یا جنوب نسبت‌به خط استوا.[۵] مبدأ

---

۱. «...بین القَنْدُهار و کابل بالقرب من لَمغان فی هذه أحاط بها جبال لم تظهر منها الشمس إلی بارتفاع صالح من الأفق...» (بیرونی، تحدید: ۲۹۲).

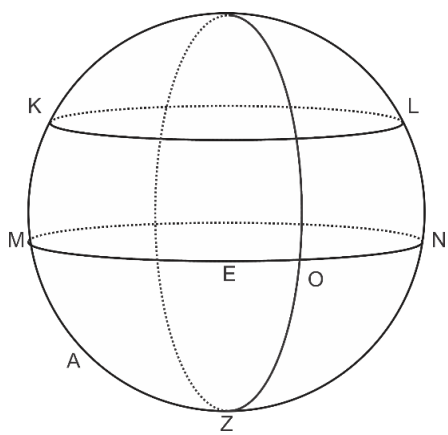
2. Fritz Krenkow

۳. برای اطلاعات بیشتر راجع به این اثر ارزشمند و چاپ‌های مختلف آن بنگرید به: (کرم‌زاده و همکاران، تعیین طول جغرافیایی...: ۱۵۹؛ کرم‌زاده، مطالعه و بررسی جغرافیای ریاضی...: ۹۶-۱۰۰).

4. Latitude

۵. عرض جغرافیایی با نماد φ نمایش داده می‌شود.

اندازه‌گیری برای محاسبهٔ عرض جغرافیایی در اکثر متون جغرافیایی دورهٔ اسلامی خط استوا است که در همهٔ آن‌ها روی این امر اتفاق نظر نسبی بالایی وجود دارد. اما این امر در ارتباط با اندازه‌گیری مبدأ طول جغرافیایی مشاهده نمی‌شود. در تاریخ علم دوره اسلامی برای اندازه‌گیری طول جغرافیایی مواضع مختلف زمین از مبدأهای مختلفی همچون قبه‌الأرض[۱] و جزایر خالدات[۲] به تناوب توسط دانشوران حوزه نجوم و جغرافیای ریاضی مورد استفاده قرار می‌گرفته است. [۳] خط استوا نقطهٔ آغازین ربع مسکون زمین در نظر گرفته می‌شد که در نزد دانشوران یونانی در بخش شمالی زمین قرار داشت[٤]، اما این نظریه را نیز رد نمی‌کردند که شاید بخش دیگر آن نیز مسکون باشد.[٥] برای درک بهتر این مسئله، می‌توان آن‌را به‌شکل زیر (نک: شکل ۱) تصور کرد که براساس آن، دایرهٔ A نصف‌النهار و دایرهٔ E به‌صورت خط استوا فرض می‌شود که در این حالت مناطق بین نقاط KLMN به‌عنوان بخش آباد زمین در منابع نجومی و علم هیئت شناخته می‌شود. اگر قوس Z را رسم کنیم، تقاطع بین آن و خط استوا (E) به قبه‌الأرض (O) معروف است که به‌عنوان مبدأ آبادانی در نزد هندیان شناخته می‌شده است، که اشارات کوتاهی به آن شد و توضیح بیشتر در این زمینه در این مجال نمی‌گنجد.



شکل ۱: صورت مسکون و آباد زمین[٦]

۲. به محل تقاطع خط استوا با دایره نصف‌النهار گفته می‌شد که در نزد هندیان مبدأ شروع آبادانی در عرض ربع مسکون زمین بود.

۳. برای آگاهی از معنی و مفهوم، پیشینه و تعداد این جزایر بنگرید به: (نیک فهم خوب‌روان، جزایرخالدات، ٦٤٦-٦٤٢؛ گنجی، مدخل خالدات جزایر، ٦٨٠- ٦٧٨)

۳. علاوه‌بر این دو مرجع فراگیر، مبدأهای متعدد دیگری برای این منظور مورد استفاد قرار می‌گرفته است که این موارد، برخلاف مبدأهای ذکرشده، زیاد فراگیر نشدند و تنها در برخی منابع از آن‌ها یاد شده است.

۵. (بطلمیوس، مجسطی: ۷۵).

٦. (نک: قانون مسعودی، ج ۲: ٥٣٦).

٦. شکل‌های این مقاله با استفاده از نرم‌افزار Corel Drawe ترسیم شده‌اند.

عدد عرض جغرافیایی در ربع مسکون زمین زاویه‌ای میان صفر (بر روی خط استوا) تا ۹۰ درجه در قطب‌ها در نظر گرفته می‌شود و هر درجه از آن به ۶۰ دقیقه و هر دقیقه نیز به ۶۰ ثانیه تقسیم می‌شود. بیرونی تعریفی این‌چنین از آن (عرض جغرافیایی) ارائه می‌دهد:

«کوتاه‌ترین بعدی است او را از خط استوا سوی شمال. زیرا که شهرها اندر این ناحیت‌اند. و برابر او از آسمان قوسی است از فلک نصف‌النهار شبیه بدو، میان سمت الرأس و معدل‌النهار. و همیشه ارتفاع قطب شمال بهر شهری همچند عرض او بود. و زینجهت ارتفاع قطب بجای عرض البلد یاد کنند.» (بیرونی، ۱۹۳۴: ۱۷۲)

چنان‌که مشاهده می‌کنیم بیرونی نیز از سنت مبدأ قراردادن خط استوا در تعریف و محاسبه‌های خود برای یافتن مختصات عرض جغرافیایی، در کتاب تحدید و سایر مطالب جغرافیایی و نجومی خود بهره برده است.

روش‌های اندازه‌گیری عرض جغرافیایی در کتاب تحدید

عرض جغرافیایی به روش‌های مختلفی در متون جغرافیایی، ریاضی، نجومی و علم هیئت دورهٔ اسلامی اندازه‌گیری و محاسبه شده است که استفاده از ارتفاع خورشید، ستارهٔ قطبی و نصف‌النهارهایی که بالاتر و یا پایین‌تر از ستارهٔ قطبی قرار دارند معمول‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها در تاریخ علم دورهٔ اسلامی هستند که به‌صورت پراکنده و نه مدون مورد توجه برخی از منجمان و علمای علم هیئت قرار گرفته‌اند. بیرونی عمدتاً از چهار روش اصلی برای محاسبات خود در این زمینه بهره می‌برد که عبارت‌انداز: ۱. با استفاده از ارتفاع ستاره‌های ثابت؛ ۲. با استفاده از ارتفاع خورشید؛ ۳. با استفاده از مختصات مکان و یا موضع دیگر و ٤. با استفاده از میل کلی[1]. نتایج محاسبات این روش‌ها بسیار نزدیک به واقع است و در برخی موارد شکل نوآورانه‌ای دارد.

بیرونی برای محاسبات خود اساساً از یک آلت و ابزار کروی که قطر آن پانزده ذراع[2] بوده استفاده نموده است. محاسبهٔ موقعیت دقیق مکان‌های جغرافیایی توسط وی با ترسیم آن‌ها بر روی یک رسم کروی که اختراع خودش بود تسریع می‌یافت که سهولت و آسانی این شیوه‌ها را در ادامه مشاهده خواهیم کرد:

---

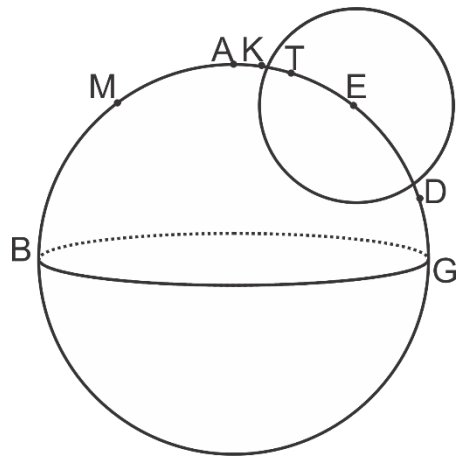
۱. در ادامهٔ مقاله این مفهوم شرح داده خواهد شد.

۲. بنا بر محاسبات و تحقیقات والتر هینتس (ص ۵۵)، قطر ده ذراع تقریباً معادل پنج‌ونیم متر خواهد بود که در این صورت هر یک ذراع مقدار ۵۵ سانتی‌متر محاسبه می‌شود که، با این محاسبات، ۱۵ ذراع مقدار ۸ متر و ۲۵ سانتی‌متر خواهد بود. بیرونی، علاوه‌بر کتاب تحدید، در دیگر آثار خود به واحد اندازه‌گیری ذراع اشاره کرده است (نک: بیرونی، الجماهر...، چاپ هادی: ۱۲۴؛ بیرونی، الصیدنه...، چاپ زریاب: ۳۸۹) و حتی آن را به‌مانند برخی منابع نجومی دورهٔ اسلامی به هفتمین منزل از منازل ماه نیز اطلاق کرده

۱. با استفاده از ارتفاع ستاره‌های ثابت

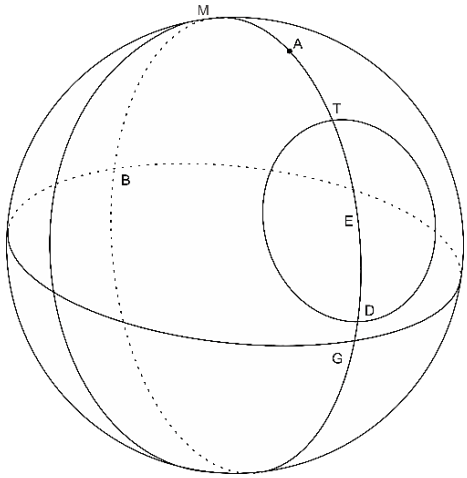
بیرونی در کتاب تحدید (۶۳-۷۰) استخراج عرض جغرافیایی یک مکان با استفاده از این روش را به سه شکل مختلف مورد بررسی قرار می‌دهد و روش‌های کلی را همراه با مثال‌های متنوع و قابل‌تعمیم ارائه می‌دهد: ۱. با استفاده از ستاره‌های ثابتی که مدار آن‌ها همیشه در بالای خط افق قرار دارد؛ ۲. با استفاده از ستاره‌هایی که مدار آن‌ها مماس با خط افق است؛ ۳. با استفاده از ستاره‌هایی که مدار آن‌ها افق را می‌برد. هرکدام از این موارد نیز خود دارای سه حالت: ۱. سمت‌الرأس در پیرامون مدار، ۲. سمت‌الرأس بیرون از مدار و۳. سمت الرأس درون مدار هستند که برای جلوگیری از محاسبات طولانی، مورد نخست به‌عنوان نمونه در ادامه شرح داده خواهد شد.

بیرونی به‌این‌گونه ستاره‌ها (ثابت) با نام «الأبدیه الظهور» اشاره می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲م: ۶۳)؛ چراکه جایگاه آن‌ها در آسمان همیشه ثابت است و با استفاده از آن‌ها می‌توان عرض جغرافیایی یک مکان را محاسبه نمود. به عقیدهٔ وی (نکـ: بیرونی، ۱۹۶۲م: ۶۷)، اگر نتوانیم ستاره‌ای را در این شرایط رصد کنیم، جایگاه قرارگرفتن ما در آن لحظه بر روی خط استوا خواهد بود، چرا که ستاره‌ای که طلوع می‌کند و از سمت‌الرأس می‌گذرد و در سمت مغرب غروب می‌کند بر روی یک قطر حرکت خواهد کرد. اما برای رصد ستاره‌ای که بالای افق قرار دارد، براساس آنچه در شکل ۲ مشاهده می‌کنیم، ABG دایرهٔ نصف‌النهار، BG خط افق و A قطب یا سمت‌الرأس افق در نظر گرفته می‌شود که، باتوجه‌به شکل ۳، نقطهٔ M محل تقاطع خط نصف‌النهار با معدل‌النهار و نقطهٔ E به‌عنوان قطب آن فرض خواهد شد.



شکل ۲. محاسبهٔ عرض جغرافیایی با استفاده از ستارهٔ ثابتی که مدار آن در بالای افق قرار دارد

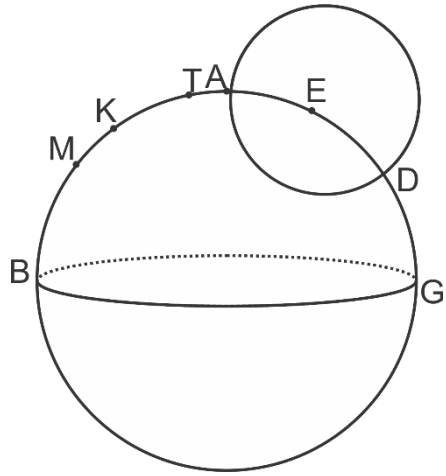
است (آثار الباقیه...، چاپ زاخائو: ۲۴۰). او همچنین برای بیان فاصلهٔ زاویه‌ای میان ستارگان و صورت‌های فلکی در اندازه‌گیری فاصلهٔ بین دو نقطه یا موضع از زمین که بر روی دو نصف‌النهار مختلف قرار دارند از آن بهره می‌برد. (آثار الباقیه...، چاپ زاخائو: ۳۴۱)



شکل ۳. محاسبهٔ عرض جغرافیایی با استفاده از ستارهٔ ثابتی که مدار آن در بالای افق قرار دارد

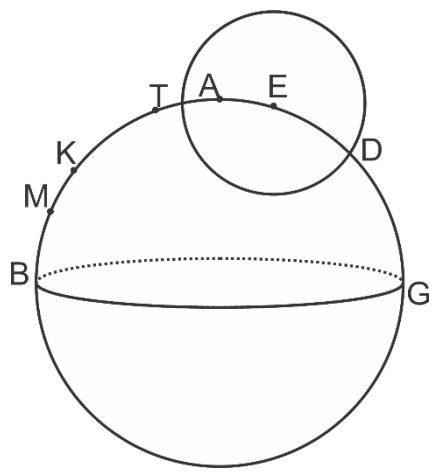
براساس نظر و عقیدهٔ بیرونی، دو قوس ME و AG هرکدام برابر با $\frac{۱}{٤}$ دایره هستند که با حذف‌نمودن قوس AE، دو قوس AM و GE با هم برابر خواهند شد. در این صورت، قوس AM عرض جغرافیایی مکانی خواهد بود که افق آن BG است و سمت‌الرأس آن نقطهٔ A و EG ارتفاع قطب در همین مکان است که در این حالت ارتفاع قطب با عرض جغرافیایی موضع موردنظر برابر می‌شود.

در حالت دوم که سمت‌الرأس در پیرامون مدار قرار می‌گیرد (نک: شکل ٤)، قوس DT مدار موردنظر است. ارتفاع ستاره‌ای که بر این مدار گردش می‌کند ثابت نیست و همیشه متغیر خواهد بود. چنان‌که ملاحظه می‌شود، در شکل‌های ۴ و ۵، قوس TG بیشترین ارتفاع آن‌را دارا خواهد بود و در این حالت، نقطهٔ T دارای بالاترین ارتفاع است. در این صورت، ارتفاع ستاره به‌سمت مغرب یا همان نقطهٔ D کاهش پیدا می‌کند و در این نقطه، کمترین ارتفاع را از سمت شمال خواهد داشت. بنابراین، قوس ED برابر با نصف تفاضل بین دو ارتفاع در شکل‌های ۲ و ۳ خواهد بود. برای محاسبهٔ عرض جغرافیایی مکان موردنظر، ED را به GD که کمترین ارتفاع ستاره است اضافه می‌کنیم و عرض موضع و یا مکان موردنظر که همان GE است به‌دست خواهد آمد.



شکل ٤. محاسبهٔ عرض جغرافیایی براساس ستارهٔ ثابتی که سمت‌الرأس آن در درون مدار قرار دارد

در حالت سوم (نک: شکل ٥) که سمت‌الرأس در درون مدار قرار می‌گیرد، چون نقطهٔ E که قطب معدل‌النهار و قطب همهٔ ستاره‌ها است بر نقطهٔ A که سمت‌الرأس و قطب افق بوده منطبق نیست، دو قوس GD و BT با هم برابر نخواهند بود.



شکل ٥. محاسبهٔ عرض جغرافیایی با استفاده از ستارهٔ ثابتی که سمت‌الرأس آن در درون مدار قرار دارد

باتوجه‌به مطالب ذکرشده، بیرونی نحوهٔ محاسبهٔ عرض جغرافیایی یک مکان را با استفاده از این شیوه به این صورت شرح می‌دهد. (بیرونی، ١٩٦٢م: ٦٤، ٦٥) به‌شکل ساده و برای محاسبهٔ عرض موضع جغرافیایی مکان موردنظر، باید کمترین و بیشترین ارتفاع ستارهٔ ثابت را که در سمت شمال قرار دارد و از نصف‌النهار مکان جغرافیایی موردنظر عبور می‌کند در نظر گرفت و تفاضل بین این دو ارتفاع را مشخص کرد و نصف باقی‌مانده را بر کمترین ارتفاع ستاره اضافه نمود، که به‌این‌صورت عرض موضع موردنظر محاسبه خواهد شد. اما، درصورتی‌که ارتفاع کمترین و بیشترین در یک جهت جغرافیایی قرار نداشته

باشند، متمّم‌های آن‌ها به یکدیگر اضافه خواهند شد و با نصف این عمل، کمترین ارتفاع ستاره نیز به آن اضافه خواهد شد که دراین‌صورت نیز عرض جغرافیایی مکان به‌دست خواهد آمد. اما، درصورتی‌که یکی از ارتفاعات ستاره به مقدار ۹۰° کامل برسد، عرض مکان جغرافیایی با اضافه‌نمودن نصف کمترین متمّم ارتفاع بر خود کمترین ارتفاع و یا با افزودن نصف کمترین ارتفاع بر $\frac{۱}{۸}$ دور دایره، که شامل ۴۵° می‌شود، به‌دست خواهد آمد.

درواقع و به زبان علم امروزی، محاسبهٔ عرض جغرافیایی به‌وسیلهٔ اندازه‌گیری زاویهٔ بین ستارهٔ قطبی با خط افقی نسبت‌به همان نقطه به‌دست می‌آید و یا به‌شکل دیگر، حداکثر و حداقل ارتفاع ستارهٔ ثابت موردنظر را باید رصد و مشخص کرد و میانگین هندسی آن را محاسبه نمود که دراین‌صورت عددی که به دست می‌آید عرض جغرافیایی موضع موردنظر را نشان خواهد داد. تمام توضیحات بیرونی برای استخراج عرض جغرافیایی را که در بالا به آن اشاره شد به‌شکل قاعدهٔ زیر می‌توان بیان کرد:

$$\varphi = (DA/۲) + DG$$

و یا به‌صورت دیگری نیز بیان نمود:

$$\varphi = (DG/۲) + ۴۵^\circ$$

$$\varphi = ((۲\varphi - ۹۰)/۲) + ۴۵^\circ$$

$$\varphi = ((۲\varphi - ۴۵^\circ)/۲) + ۴۵^\circ$$

که همگی این قواعد صحیح‌اند.

۲. با استفاده از ارتفاع خورشید

روشی دومی که بیرونی برای اندازه‌گیری عرض جغرافیایی یک شهر (با استفاده از عرض جغرافیایی شهری که عرض آن مشخص است) به‌کار می‌برد استفاده از جایگاه و ارتفاع خورشید در آسمان است. آنچه این روش را از روش قبلی متمایز می‌کند اندازه‌گیری ارتفاع خورشید در روز مشخص و تعیین‌شده است. وی برای این مورد سه مثال ذکر می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲م: ۸۷-۸۵) که به درک بهتر روشی که به کار می‌برد کمک خواهد کرد و نشان‌دهندهٔ آگاهی کامل بیرونی از تحقیقات گذشته و یا به‌اصطلاح امروزی، پیشینهٔ پژوهش است. اولین مورد، محاسبهٔ عرض جغرافیایی شهر بغداد با استفاده از عرض جغرافیایی شهر دمشق است. ارتفاع خورشید در شهر دمشق، که در سال ۲۱۷ ق/ ۸۳۲ م اندازه‌گیری

شده، مقدار ″۵۰ ′۷ °۷۲ و ارتفاع آن در بغداد توسط ابوالحسن[۱] نامی مقدار ″۱۴ °۷۲ ذکر و تعیین شده است. با کم‌کردن تفاضل بین این دو ارتفاع از عرض جغرافیایی شهر دمشق (″۱۸ ′۳۰ °۳۳)[۲]، عرض جغرافیایی شهر بغداد به‌دست خواهد آمد:

$$\varphi_{\text{بغداد}} = ۳۳;۲۴,۸ = ۳۳;۳۰,۱۸ - ۰;۶,۱۰ = ۷۲;۷,۵۰ - ۷۲;۱۴$$

در دومین مورد برای محاسبهٔ عرض جغرافیایی بغداد، ارتفاع خورشید در دمشق که در همان سال اندازه‌گیری شده مقدار ″۴ ′۲ °۷۳ و ارتفاع آن در بغداد ′۶ °۷۳ ذکر شده است. لذا براساس این اندازه‌گیری‌ها عرض جغرافیایی شهر بغداد به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\varphi_{\text{بغداد}} = ۳۳;۲۵,۲۲ = ۳۳;۳۰,۱۸ - ۰;۴,۵۶ = ۷۳;۶ - ۷۳;۲,۴$$

سومین مثال در این زمینه محاسبهٔ عرض روستایی در خوارزم (احتمالاً روستای بوشکانز) با استفاده از عرض جغرافیایی شهر ری است. در این اندازه‌گیری که توسط بیرونی و ابومحمود خجندی در سال ۳۸۴ ق/ ۹۹۵ م در بوشکانز و ری صورت گرفته است، ارتفاع خورشید به‌ترتیب ″۴۵ ′۵۹ °۷۱ و ″۴۰ ′۵۷ °۷۷ رصد شده است و عرض جغرافیایی هر دو شهر ′۳۶ °۴۱ و ″۳۹ ′۳۴ °۳۵ محاسبه و ذکر گردیده است. اما با استفاده از روش بیرونی و استفاده از عرض یک شهر برای به‌دست‌آوردن عرض شهری دیگر، نتایج زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\varphi = ۴۱;۳۲,۳۴ = ۳۵;۳۴,۳۹ + ۰;۵۷,۵۵ = ۷۱;۵۹,۴۵ - ۷۷;۵۷,۴$$

لذا عرض جغرافیایی شهر ری با استفاده از این اندازه‌ها مقدار زیر خواهد بود:

$$\varphi = ۳۵;۳۸,۵ = ۴۱;۳۲,۳۴ - ۵;۵۷,۵۵ = ۷۱;۵۹,۴۵ - ۷۷;۵۷,۴۰$$

با این تفاوت که برای محاسبهٔ عرض شهر ری تفاوت دو ارتفاع از عرض جغرافیایی روستای بوشکانز کاسته می‌شود. علاوه‌بر کتاب تحدید که مطالبی در ارتباط با روش‌های محاسبهٔ عرض جغرافیایی در آن بیان شده، بیرونی در مقالهٔ چهارم از باب‌های هفتم تا یازدهم کتاب قانون مسعودی (بیرونی، ۱۹۵۴م، ج ۲: ۴۱۱-۴۰۲) نیز مطالبی را در ارتباط با این موضوع بیان می‌کند که بیشتر تکرار همین مطالب ارائه‌شده در کتاب تحدید است.

---

۱. به عقیدهٔ بولگاکف (تحدید، مقدمه: ۸۶)، این شخص ابوالحسن الاهوازی است که در این زمان و به‌عنوان منجم در شهر بغداد سکونت داشته است.

۲. در اندازه‌گیری‌های امروزی، مقدار آن ″۳۰ ′۳۰ °۳۳ است که نشان‌دهندهٔ ارزش والای تحقیقات علمی گذشته است که، جدا از جایگاه تاریخی، از لحاظ علم مدرن امروزی نیز بسیار قابل اعتنا است.

۳. محاسبهٔ عرض جغرافیایی با استفاده از میل کلی

یکی دیگر از روش‌هایی که بیرونی در آثار خود برای استخراج عرض جغرافیایی یک مکان از آن بهره می‌برد از طریق میل کلی یا میل اعظم است. میل کلی در نجوم دورهٔ اسلامی به زاویه‌ای اطلاق می‌شود که در آن معدل‌النهار و فلک‌البروج همدیگر را قطع می‌کنند. درواقع به بیشترین مقدار فاصله بین معدل‌النهار و دایرةالبروج میل کلی گفته می‌شود که امروزه برابر با مقدار ۲۳ درجه و ۲۵ دقیقه و ۳۵ ثانیه می‌باشد.[۱] این فاصله ثابت نیست و مقدار آن در طول زمان رو به کاهش است. علت این امر نزدیک‌شدن دایرةالبروج به دایرهٔ معدل‌النهار است.

بیرونی این روش را با استفاده از رصد ارتفاع خورشید انجام می‌دهد و چند حالت گوناگون را برای استفاده از این روش ارائه می‌دهد. در حالت نخست، اگر که ارتفاع نصف‌النهاری به‌سمت جنوب باشد عرض جغرافیایی مکان به این صورت محاسبه شده و به‌دست خواهد آمد:

$$\varphi = \delta + h$$

اما درصورتی‌که ارتفاع نصف‌النهاری خورشید به‌سمت شمال باشد، این رابطه به حالت عکس درخواهد آمد:

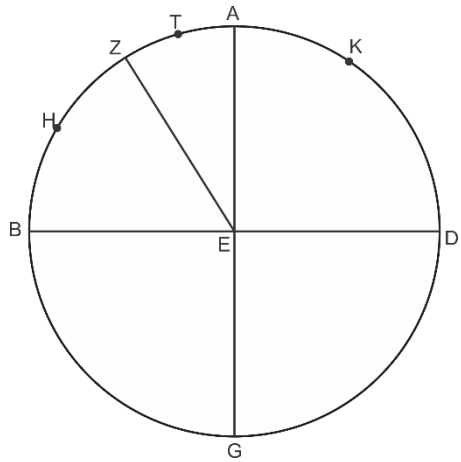
$$\varphi = \delta - h$$

برای این منظور و مطابق شکل ۶، دایرهٔ ABGD را با مرکزیت نقطهٔ E به‌عنوان دایرهٔ نصف‌النهار فرض می‌کنیم و عرض نقطهٔ AZ را محاسبه می‌کنیم. برای حالت نخست که ارتفاع نصف‌النهاری و میل خورشید (ZH) در سمت جنوب قرار داشته باشند، عرض مکان جغرافیایی موردنظر (AZ) از طریق تفاضل بین متمم ارتفاع (AH) و میل خورشید (ZH) به دست خواهد آمد:

$$\varphi\, AZ = AH - ZH$$

---

۱. از کسانی که به اندازه‌گیری میل کلی تا زمان بیرونی پرداخته‌اند و روش‌های آن‌ها در کتب تاریخ علم ثبت شده است می‌توان‌به بطلمیوس، یحیی بن ابی منصور، خالد بن‌عبدالملک مرورودی، بنوموسی، البتانی، ابوالوفاء بوزجانی، ابوحامد صاغانی، ابوسهل کوهی و خجندی اشاره کرد.



شکل ٦. محاسبهٔ عرض جغرافیایی با استفاده از میل کلی

اما برای حالت دوم که ارتفاع نصف‌النهاری در قسمت جنوب قرار دارد و میل خورشید به‌سمت شمال است، ارتفاع خورشید قوس TB خواهد بود و عرض جغرافیایی مکان موردنظر از طریق افزایش مقدار متمم ارتفاع بر میل خورشید محاسبه خواهد شد:

$$\varphi\, AZ = AH + ZH$$

بیرونی برای درک بهتر این روش‌ها دو مثال را ذکر می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲م: ۱۱۹) که در مورد اول برای محاسبهٔ عرض جغرافیایی شهر کابل[1] رصدهایی را در سال ۴۰۹ ق/ ۱۰۱۸ م در روستای جیفور که از توابع شهر کابل است انجام می‌دهد. وی در این اندازه‌گیری‌ها ارتفاع نصف‌النهاری را از سمت جنوب ′۰ °۴۵ و میل جنوبی خورشید را به نقل از زیج بتانی مقدار ′۱۹ °۱۰ بیان می‌کند که، براساس روش خود، عرض جغرافیایی شهر کابل به قرار زیر خواهد شد:

$$٤٥;\,. + ١٠;\,١٩ = ٥٥;\,١٩$$

$$\varphi = ٩٠^{\circ} - \overline{\varphi} = ٩٠^{\circ} - ٥٥;\,١٩ = ٣٤;\,٤١$$

چنان‌که مشاهده می‌کنید، از افزودن ارتفاع بر مقدار میل خورشید متمم عرض جغرافیایی مکان موردنظر، که همان شهر کابل است، به‌دست خواهد آمد. عرض جغرافیای این شهر با تجهیزات و ابزارآلات امروزی مقدار ′۳۰ °۳۴ است که اختلاف ناچیزی با اندازه‌گیری بیرونی در آن مشاهده می‌شود.

1. Kabul

دومین مورد مربوط‌به محاسبهٔ عرض جغرافیایی شهر کاشان است که اندازه‌گیری‌های آن مربوط به سال ۳۴۹ ق/ ۹۶۰ م است. در این اندازه‌گیری، ارتفاع نصف‌النهاری خورشید ′۰ °۵۰ و میل خورشید عدد ′۲۰ °۷ محاسبه شده است؛ بنابراین عرض شهر کاشان از طریق روش بیرونی مقدار زیر خواهد بود:

$$\varphi = ۹۰^{\circ} - (۵۰ + ۷^{\circ} ; ۲۰) = ۳۲^{\circ} ; ٤۰$$

عرض شهر کاشان در اندازه‌گیری‌های امروزی مقدار ′۵۹ °۳۳ است که با این محاسبه اختلاف زیادی دارد. بیرونی نیز بر این عقیده است که دلیل این امر اشتباهی است که در اندازه‌گیری ارتفاع نصف‌النهاری خورشید رخ داده است (بیرونی، ۱۹۶۲م: ۱۱۹، ۱۲۰) و چون شهر کاشان مابین شهرهای اصفهان با عرض جغرافیایی ″۳۰ ′۳۸ °۳۲ و ری با عرض ′۳۶ °۳۵ قرار گرفته، قطعاً این مقدار اشتباه است.

نتیجه‌گیری

جغرافیای ریاضی ازجمله علومی است که در تاریخ علم دورهٔ اسلامی و در کتب طبقه‌بندی علوم از جایگاه مستقلی برخوردار نیست و نمی‌توان با قطعیت در این مورد سخن گفت. اما با بررسی‌هایی که انجام گرفت، می‌توان آثار تئودوسیوس را که در زیرشاخهٔ علم هندسه دسته‌بندی می‌شوند الگو و سرآغازی بر جغرافیای ریاضی دانست که بر آثار بعدی خود همچون مجسطی بطلمیوس تأثیر شگرفی گذاشت. تألیف این اثر را می‌توان نقطهٔ عطفی در پایه‌ریزی جغرافیای ریاضی در تمدن یونانی به‌شمار آورد. مطالب و مؤلفهٔ اصلی این شاخه از علم، همچون حدود ربع مسکون زمین، تقسیم‌بندی زمین و وضعیت آسمان در عرض‌های مختلف جغرافیایی، در مقالهٔ دوم آن به‌شکل روشنی ذکر شده است و درواقع باید شروع اصلی جغرافیای علمی را از این بخش از کتاب مجسطی پیگیری کرد.

در تمدن اسلامی، توجه‌به جغرافیای ریاضی توسط منجمان صورت می‌گرفت که عمدتاً تحت تأثیر مجسطی بطلمیوس قرار داشتند. این علم تا قبل از بیرونی نتوانسته بود دارای تألیفی مستقل باشد. آثار وی را می‌توان نقطه عطفی در پیشرفت جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی به‌شمار آورد. برای اولین بار در کتاب تحدید، جغرافیای ریاضی به یک علم نسبتاً مستقل از هیئت و نجوم کاربردی تبدیل شد و جایگاه خود را تثبیت نمود. هرچند که بعد از بیرونی این علم مجدداً وارد کتب علم هیئت و نجوم گردید. اما از این زمان به بعد، با تلاش‌های بیرونی، مؤلفه‌های اصلی این رشته شکلی منسجم به خود گرفت. وی، در کتاب تحدید، نحوهٔ محاسبهٔ عرض جغرافیایی و مسافت بین دو مکان را به سه روش: ۱. ارتفاع ستاره‌های ثابت؛ ۲. ارتفاع خورشید و ۳. با استفاده از میل کلی و به‌صورت مدون و با ذکر مثال‌های

بسیار کاربردی شرح می‌دهد. اما در دیگر آثار تاریخ علم دورهٔ اسلامی، که مسائل مرتبط با جغرافیای ریاضی در آن‌ها ذکر شده است، روشی به‌مانند بیرونی مشاهده نمی‌شود که بتوان روش بیرونی را با آن‌ها مورد سنجش قرار داد. اگرچه بررسی‌های پژوهش حاضر نشان می‌دهد ارقامی که بیرونی در این زمینه به دست می‌آورد در برخی موارد، به‌علت تصورات غلط وی و علم کهن و در برخی بخش‌های دیگر نیز به‌دلیل تجهیزات اندک و ناچیز، با علم امروزی تفاوت‌هایی دارد، اما آنچه تلاش‌های بیرونی را در کتاب تحدید برجسته می‌کند اهمیت روش‌هایی است که در زمینهٔ محاسبهٔ عرض جغرافیایی به‌کار می‌برد.

کتابنامه

آملی، شمس‌الدین محمد بن محمود (۱۳۷۷). *نفائس‌الفنون فی عرایس العیون*، ج ۳، تهران: کتابفروشی اسلامیه.

اخوان‌الصفاء (۱۳۷٦). *رسائل اخوان الصّفا و خلّان الوفاء*، ج ۲، بیروت: دارصادر.

بیرونی، ابوریحان (۱۸۷۸م). *الآثارالباقیه عن القرون‌الخالیه*، به کوشش ادوارد زاخائو، لایپزیک: اتو هاراسویتس.

---------- (۱۹۳٤م). *التفهیم لاوائل صناعة التنجیم*، به کوشش رمزی رایت، لندن: دانشگاه آکسفورد.

---------- (۱۳۱٦-۱۳۱۸). به کوشش جلال‌الدین همایی، تهران: انجمن آثار ملی.

---------- (۱۹٤۸م). *استخراج الاوتار*، حیدرآباد دکن: دائره‌المعارف العثمانیه.

---------- (۱۹٦۲م). *تحدید نهایات الأماکن لتصحیح مسافات المساکن*، به کوشش بولگاکف، قاهره: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه (تجدید چاپ در الجغرافیا الإسلامیة) (۱۹۹۳)، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۲۵، فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه.

---------- (۱۳۵۲). ترجمهٔ احمد آرام، تهران: دانشگاه تهران.

---------- (۱۸۸۷م). *تحقیق ماللهند*، به کوشش ادوارد زاخاو، لندن. (تجدید چاپ در الجغرافیا الإسلامیه) (۱۹۹۳م)، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۱۰، فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه.

---------- (۱۳۷۱). *فهرست کتاب‌های رازی و نام‌های کتاب‌های بیرونی (و المشاطه لرساله الفهرست)*، به کوشش و تصحیح مهدی محقق، تهران: دانشگاه تهران.

---------- (١٩٥٤-١٩٥٦م). *قانون مسعودی*، ج ٣، حیدرآباد دکن: دائره‌المعارف العثمانیه.

طاش کپری‌زاده، احمدبن مصطفی (١٩٦٨م). *مفتاح السّعادة و مصباح السیادة* (فی موضوعات العلوم)، تحقیق کامل بکری و عبدالوهاب ابوالنور، ج ١، بیروت: دارکتب حدیث.

قربانی، ابوالقاسم (١٣٤٦). «ابوالفضل هروی ریاضی‌دان و منجم ایوانی» ماهنامهٔ *آریانا*، ش ٢٧١، صص ٢١-٢٠.

کرامتی، یونس (١٣٨٣). «بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد» *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ١٣، زیر نظر سید محمدکاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایره‌المعارف بزرگ اسلامي، صص ۴٠٣-٣٨٧.

کرم‌زاده، فرشاد (١٣٩٧). «مطالعه و بررسی جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی و تبیین جایگاه ابوریحان بیرونی در این زمینه» پایان‌نامه برای دریافت درجهٔ دکتری، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.

کرم‌زاده، فرشاد؛ قلندری، حنیف و رحیمی، غلامحسین (١٣٩٨). «تعیین طول جغرافیایی مواضع زمین براساس ماه‌گرفتگی در کتاب تحدید نهایات الأماکن بیرونی» پژوهشنامهٔ *تاریخ تمدن اسلامی*، سال پنجاه و دوم، ش ١، صص ١٧٢-١٥٧.

---------- (١٣٩٦). «جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دورهٔ اسلامی» مجلهٔ *تاریخ علم*، دورهٔ چهاردهم، ش ٢، صص ٦٨٠-٦٧٨.

گنجی، محمدحسن (١٣٧٩). «اقلیم» *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ٩، زیر نظر سید محمدکاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایره‌المعارف بزرگ اسلامي، صص ٦٩١-٦٧٦.

----------، «جزایر خالدات» *دانشنامهٔ جهان اسلام*، ج ١٤، زیر نظر غلامعلی حداد عادل، تهران: بنیاد دایره‌المعارف بزرگ اسلامي، صص ٦٨٠-٦٧٨.

نیک‌فهم خوب‌روان، سجاد، «جزایر خالدات» *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ٢١، زیر نظر سید محمدکاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایره المعارف بزرگ اسلامي، صص ٦٤٦-٦٤٢.

Bīrūnī, A. R., (1973). *A Commentary upon kitab Tahdid Nihāyāt Al- Amākin Li Tashīh Masāfāt Al Masākin*, By E. S. Kennedy, Beirut: American University of Beirut (Reprint in Islamic Geography), (1992) ed. F. Sezgin, vol 27, Frankfurt: Institute for the History of Arabic- Islamic Science at the Johann Wolfgang Goethe University).

Idem (1934). *kitāb al- tafhīm li awā' il sināat al- tanjīm*, Ramsay Wright, London: University of Oxford.

Idem (1936). Rasaalato Lelbiruni fi Fehrest Kotobe Mohammad Ibn-Zakarya Razi, Edited by Kraos P, Paris: Pen Printing Press, pp. 4-17.

Boilot, D. J. (1960). "Al-Bīrūnī, (Bērūnī), Abu'l-Rayhān Muhammad ibn Ahmad", *The Encyclopaedia of Islam*, New Edition vol 1, Leiden: Brill.

Bosworth, C. E.& Pingree, D.& Saliba, G.& Anawati, G.& Blois, F. D.& Lawrwnce, B, B. (1990). "Bīrūnī, Abū Rayhān",*Encyclopedia Iranica*, vol. IV, Routledge, New York: Brill, pp. 274-287.

Hinz, W., (1955). *Islamic Masse und Gewichte*, Leiden: Brill.

Kennedy, E. S., (1981). ``Al-Bīrūni'', *Dictionary of Scientific Biography*, vol 2, New York, Charles Scribner's Sons, pp. 147-158.

Idem (1956). *A Survey of Islamic Astronomical Tables*, Philadelphia: American Philosophical Society.

Idem (1987). *Geographical Coordinatical of Localitities from Islamic Sources*, Frankfort: Institut fü r Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften.

Idem (1996). "Mathematical Geography", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London/New York: Routledge, vol. I.

Meyerhof, M., (1932). *Das Vorwort zur Drogenkunde [Kitāb aṣ-ṣaidala fī ṭ-ṭibb] des Bērūnī*, Berlin: Julius Springer.

Pingree, D. (1970). "The Fragments of the Works of al-Fazārī", *Journal of Near Eastern Studies*, 29(2), pp.103-123.

Ptolemy (1998). *Almagest*, Translated and Annotated by G.J. Toomer, London: Duckworth.

Sarton, G. (1927). *introduction to the History of Science*, 2vol, Baltimor: Carnegie Institution of Washington, by the Williams and Wilkins Company.

Suter, H., (1900). *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und iher Werke*, Leipzig: Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften.

Yano,M.

(2014).“Bīrūnī: Abū a Rayhān Muhammad ibn Ahmad al Bīrūnī”,

The Biographical Enceyclopedia of Astronomers, New York: Springer, pp. 233-235.